



## Capitolo 9 – CAPM e il rendimento atteso dei titoli rischiosi

Obiettivi del capitolo: Esamina le conseguenze del modello di ottimizzazione di portafoglio per la determinazione dei premi al rischio richiesti dagli investitori sui singoli asset

- Il premio al rischio deve essere proporzionale alla quantità di rischio dell'asset, intesa come contributo al rischio complessivo del portafoglio
- La quantità di rischio è misurata dal rapporto tra  $cov(r_i, r_M)$  e  $var(r_i)$  [coefficiente  $\beta$  nel CAPM]
- Il premio al rischio è pari al prodotto tra  $\beta$  e il premio al rischio di mercato nel suo complesso

## Quadro introduttivo

Per un investitore avverso al rischio, se cresce la quantità di rischio di un portafoglio, per mantenere costante l'utilità totale deve crescere anche il rendimento atteso

- Come si stabilisce la quantità di rischio sulla base della quale determinare il premio al rischio?
- Come si determina il premio al rischio richiesto «dal mercato», ovvero da parte di tutti gli investitori, per detenere un certo asset in portafoglio?
- ❖ n.b. i singoli investitori hanno gradi differenti di avversione al rischio e detengono portafogli diversi tra di loro

## La Capital Market Line

N titoli rischiosi possono essere combinati in portafogli efficienti, caratterizzati da differenti combinazioni di rendimento atteso e volatilità (rischio)

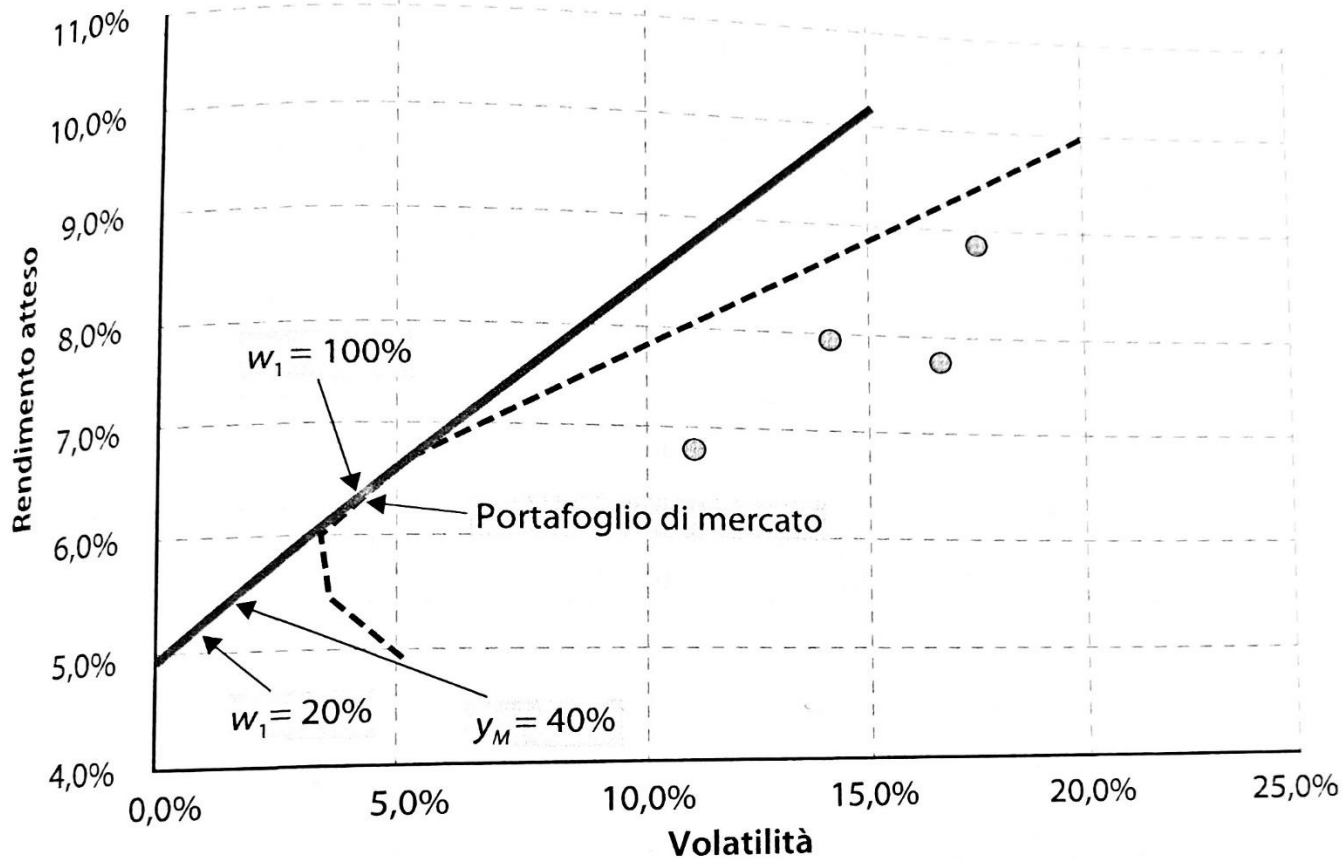
- Investitori avversi al rischio combinano tali portafogli con l'asset risk-free facendo riferimento al portafoglio «di tangenza»
- Se tutti gli investitori usano gli stessi parametri di rendimento atteso, cov e var per descrivere l'insieme di opportunità dell'investimento, allora ogni investitore sceglierà lo stesso portafoglio «di tangenza»
- In equilibrio, il portafoglio «di tangenza» deve corrispondere con il portafoglio di mercato (indice di mercato)

# La Capital Market Line / 2

9

139

Figura 9.1 La Capital Market Line



La CAL che unisce l'asset risk-free al portafoglio di tangenza diventa la Capital Market Line perché unisce l'asset risk-free al portafoglio di mercato

Gli investitori possono selezionare un portafoglio composto da asset risk-free e indice di mercato, in base a avversione al rischio

## Il contributo del titolo al rischio del portafoglio

Individui razionali e avversi al rischio sfruttano i benefici della diversificazione

- ✓ Detengono un portafoglio di asset rischiosi, non uno solo o pochi
- La quantità di rischio di un singolo asset consiste nel contributo del titolo alla volatilità del portafoglio di riferimento
- Di quanto aumenta il rischio complessivo del portafoglio al variare della quota del titolo nel portafoglio?
  - Le cov dei vari rendimenti rendono la risposta specifica al portafoglio di partenza
  - Inserire lo stesso titolo in due portafogli differenti implica un differente aumento del rischio complessivo del portafoglio

## Il contributo del titolo al rischio del portafoglio / 2

### Caratteristiche titoli

	$Er_i$	$\sigma_i$	$\rho_{ij}$		
A	6%	25%	1	0,2	0,8
B	5%	20%		1	0,1
C	4%	15%			1

### Scelte di investimento

Portafoglio	Quota A	Quota B	Quota C	$Er_p$	$\sigma_p$
1	0%	100%	0%	4%	20%
2	0%	0%	100%	2,25%	15%
3	50%	50%	0%	3,06%	17%
4	50%	0%	50%	3,6%	19%

- Inserendo il titolo A con peso 50% nel portafoglio 1 composto al 100% dal titolo B, per ottenere il portafoglio 3 più equilibrato, la volatilità si riduce (0,2  $\rightarrow$  0,17)
- ✓ Sebbene  $\sigma_A > \sigma_B$
- ✓ Il titolo A e il titolo B sono poco correlati (0,2)
- Inserendo il titolo A con peso 50% nel portafoglio 2 composto al 100% dal titolo C, per ottenere il portafoglio 4 più equilibrato, la volatilità aumenta (0,15  $\rightarrow$  0,19)
- ✓ Il titolo A e il titolo C sono molto correlati (0,8)
- ✓  $\sigma_A > \sigma_C$

## Il contributo del titolo al rischio del portafoglio / 3

Si può dimostrare (*atto di fede*) che per un investitore il contributo marginale al rischio di un singolo asset è proporzionale alla  $cov(r_i, r_p)$

- Per un portafoglio formato da due titoli la volatilità può essere scritta come media ponderata delle covarianze del portafoglio con ciascuno dei due asset

$$\sigma_p = w_A \frac{cov(r_A, w_A r_A + w_B r_B)}{\sigma_p} + w_B \frac{cov(r_B, w_A r_A + w_B r_B)}{\sigma_p}$$

- ❖ Markowitz: tutti gli investitori investono in asset risk-free e portafoglio di tangenza
  - Tutti gli investitori hanno stesso portafoglio asset rischiosi
  - Il contributo marginale al rischio da parte di un singolo titolo è omogeneo tra gli investitori

## Il contributo del titolo al rischio del portafoglio / 4

Il contributo marginale al rischio di un singolo asset è proporzionale alla  $cov(r_i, r_p)$

Dividendo la covarianza per la varianza del rendimento del portafoglio:

$$\beta_i = \frac{cov(r_i, r_p)}{var(r_p)}$$

Ma poiché:  $cov(r_i, r_p) = \rho_{ip}\sigma_i\sigma_p$

$$\beta_i = \frac{cov(r_i, r_p)}{var(r_p)} = \frac{\rho_{ip}\sigma_i\sigma_p}{\sigma_p^2} = \frac{\rho_{ip}\sigma_i}{\sigma_p}$$

- La misura della quantità di rischio (coefficiente beta) tiene conto sia della volatilità singolo asset sia della correlazione con il portafoglio di riferimento



## Il contributo del titolo al rischio del portafoglio / 5

Si può dimostrare (*atto di fede*) che:

$$\sigma_p = w_A \beta_A \sigma_p + w_B \beta_B \sigma_p = MCR_A + MCR_B$$

- Il rischio del portafoglio è la media ponderata del prodotto del coefficiente beta e la volatilità del portafoglio
- Il contributo marginale al rischio (MCR) di un asset è pari al prodotto del suo peso in portafoglio per il suo beta per la volatilità del portafoglio
- Per evitare che un asset contribuisca in maniera sproporzionata al rischio del portafoglio si può scegliere una composizione del portafoglio per cui ogni asset abbia lo stesso MCR

# CAPM

E' un modello di pricing utilizzato per determinare il rendimento atteso dei singoli titoli azionari

$$Er_i = r_f + \beta_i(Er_M - r_f)$$

o, alternativamente:

$$Er_i - r_f = \beta_i(Er_M - r_f)$$

dove  $Er_M$  è il rendimento atteso del portafoglio di mercato e  $(Er_M - r_f)$  è l'*equity market risk premium* (EMRP) e  $(Er_i - r_f)$  è il premio al rischio

- L'equazione CAPM può essere rappresentata con una retta (Security Market Line, SML)

## CAPM / 2

$$Er_i = r_f + \beta_i(Er_M - r_f)$$

$$Er_i - r_f = \beta_i(Er_M - r_f)$$

Figura 9.2 La Security Market Line per il rendimento atteso

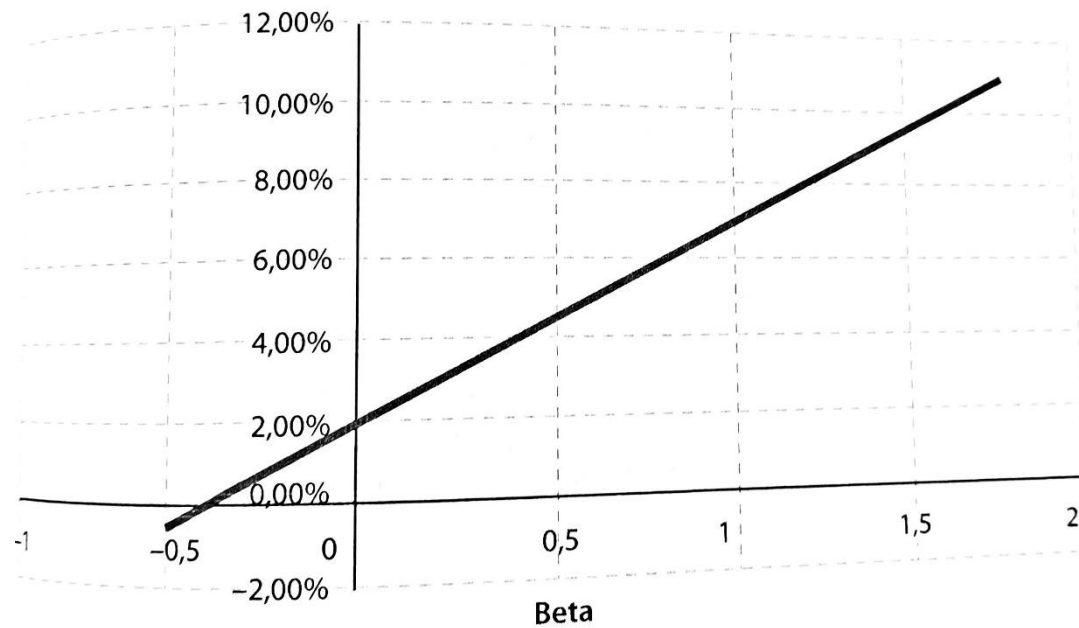
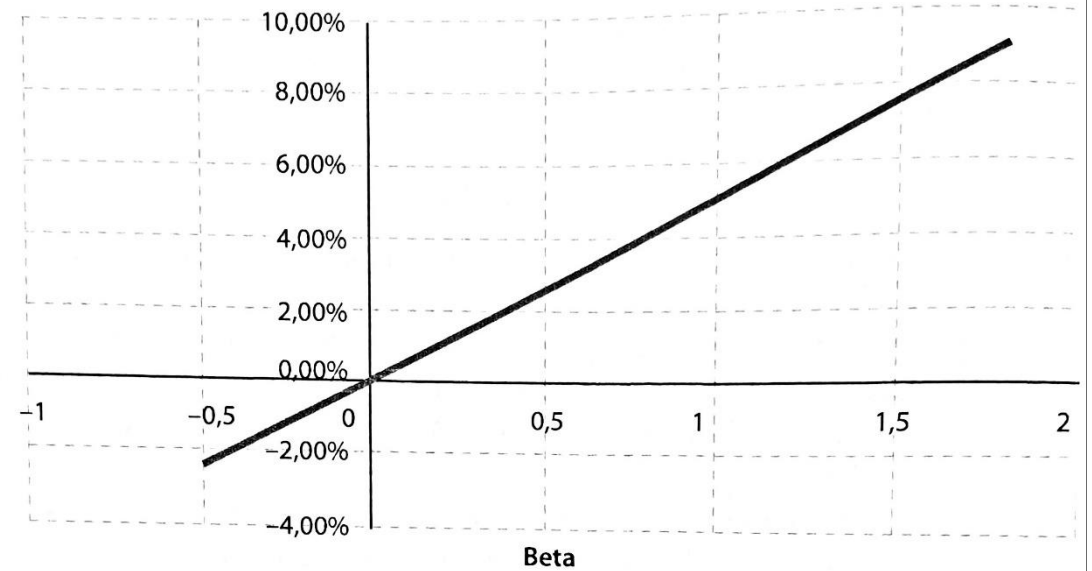


Figura 9.3 La Security Market Line per il premio al rischio



$$Er_i - r_f = \beta_i (Er_M - r_f)$$

La quantità di rischio insita in un asset è misurata dal coefficiente beta e non dalla volatilità del rendimento del titolo

- ❖ Gli investitori diversificano, detengono il portafoglio di mercato e valutano il rischio di un asset non tramite la sua volatilità ma come contributo al rischio del portafoglio (coefficiente beta)
- Un titolo con alta volatilità ma basso beta ha un basso premio al rischio
- Un titolo con beta nullo ha un rendimento atteso uguale all'asset risk-free
- Un titolo con beta negativo ha un rendimento atteso inferiore all'asset risk-free
- ✓ Un titolo con beta basso stabilizza la volatilità del portafoglio e viene inserito anche se il suo rendimento atteso è basso (o negativo)

## Index model

Il CAPM può essere interpretato come un modello di regressione, con un vincolo sull'intercetta

Sia (Index model):  $r_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_M - r_f) + \varepsilon_i; \varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

la relazione lineare che lega l'eccesso di rendimento dell'asset all'eccesso di rendimento del portafoglio di mercato

Considerando il valore atteso:  $E(r_i - r_f) = \alpha_i + \beta_i E(r_M - r_f)$

Se poniamo:  $\alpha_i = E r_i - r_f - \beta_i r_p = 0$

Otteniamo [CAPM]:  $E r_i - r_f = \beta_i (E r_M - r_f)$

❖  $\alpha_i > 0$  indica un eccesso di rendimento medio +vo, i.e. una parte di rendimento che non è spiegata dal rischio associato a  $\beta_i$

# Index model / 2



**+13,87%**

Ultimo prezzo

189,47€ | (+0,34€ +0,18%)

Livello rischio Rating ESG **8**  
P.zo min 52 sett **145,95** P.zo max 52 sett. **191,34**  
Chiusura prec. **189,13** Dati al 18/03/2024

## Indicatori di Rischio/Rendimento

	1 anno	3 anni
Rendimento	+29,70%	+34,70%
Deviazione standard STD	+11,66%	+16,64%
Indice di Sharpe	+1,91	+0,62
Information Ratio	-0,06	+0,20
Fineco Risk Adjusted Return Index (1)	+3,23%	-6,05%
Tracking Error (1)	+0,51%	-0,24%
Decili (Advice)	1,00	6,00

(1) Calcolati sulla base dell'indice di riferimento di Advice

## Indicatori Modern Portfolio Theory (MPT)

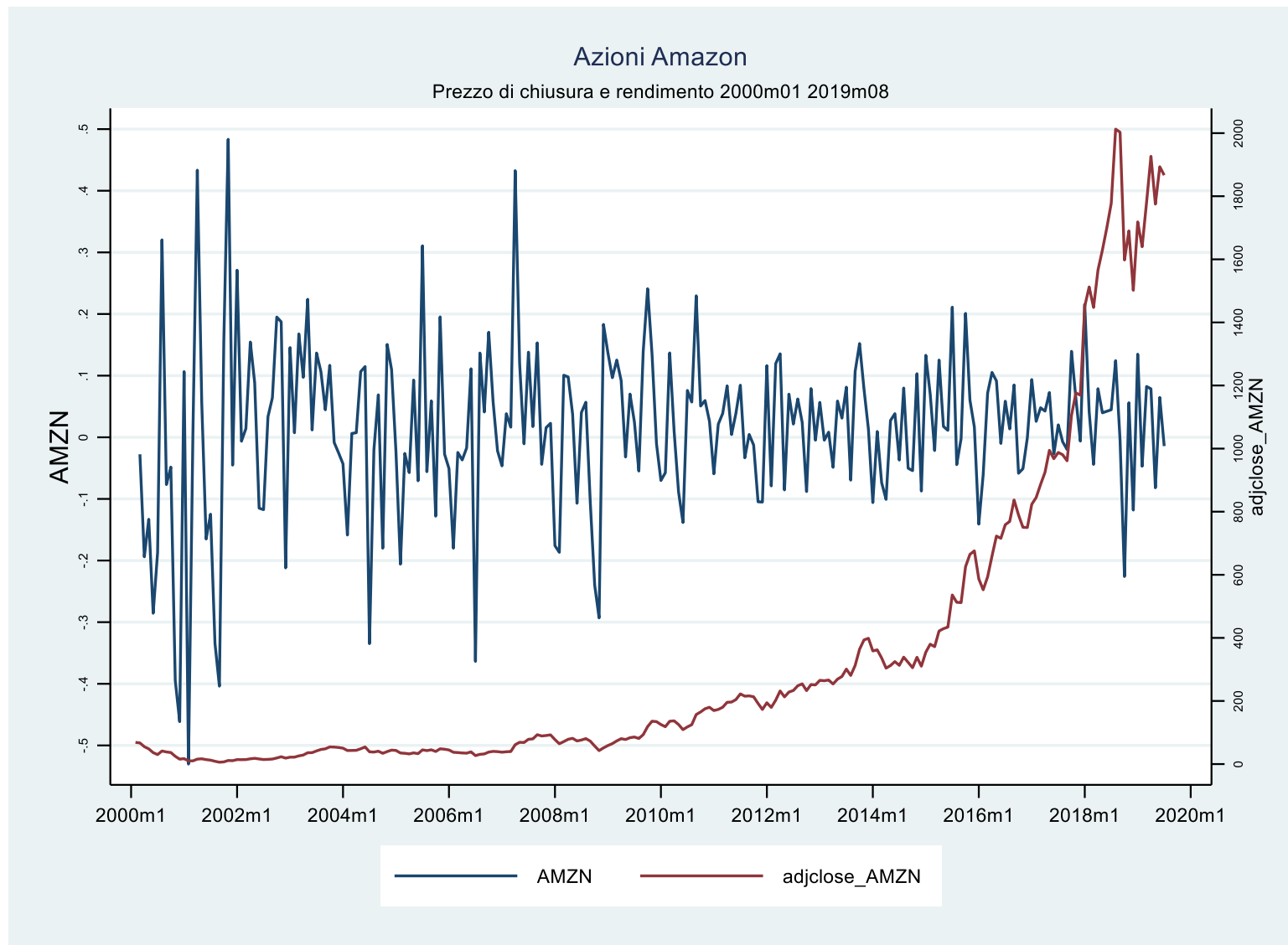
	Indice	Best Fit Index
R-Quadro	91,80	91,80
Beta	0,99	0,99
Alfa	1,23	1,23

Indice: Morningstar Gbl Growth TME NR USD

Best Fit Index: Morningstar Gbl Growth TME NR USD

Indice di riferimento Advice: Morningstar DM TME NR EUR

# Index model / 3



## Index model / 4

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it}$$





L'IM  $r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it}$  consente anche di distinguere tra rischio idiosincratico e rischio di mercato

Poiché  $Er_{it} = r_{ft} + \alpha_i + \beta_i E(r_{Mt} - r_{ft})$

Il rendimento non-atteso (shock al rendimento) sarà:

$$r_{it} - Er_{it} = r_{ft} + \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it} - r_{ft} - \alpha_i - \beta_i E(r_{Mt} - r_{ft})$$

$$r_{it} - Er_{it} = \beta_i(r_{Mt} - Er_{Mt}) + \varepsilon_{it}$$

- $\varepsilon_{it}$  è lo shock idiosincratico
- $(r_{Mt} - Er_{Mt})$  è lo shock nel rendimento di mercato, o rischio sistematico perché tutti i titoli ne sono influenzati (anche se in maniera eterogena)

$$r_{it} - Er_{it} = \beta_i(r_{Mt} - Er_{Mt}) + \varepsilon_{it}$$

La varianza del rendimento sarà:

$$\begin{aligned} \text{var}(r_{it}) &= E(r_{it} - Er_{it})^2 = E[\beta_i(r_{Mt} - Er_{Mt}) + \varepsilon_{it}]^2 \\ &= \beta_i^2 \text{var}(r_{Mt}) + \text{var}(\varepsilon_i) \end{aligned}$$

- ❖ Componente idiosincronica  $\text{var}(\varepsilon_i)$
- ❖ Componente sistematica  $\text{var}(r_{Mt})$

Mentre la covarianza sarà:

$$\begin{aligned} \text{cov}(r_{it}, r_{jt}) &= E(r_{it} - Er_{it})(r_{jt} - Er_{jt}) \\ &= E[\beta_i(r_{Mt} - Er_{Mt}) + \varepsilon_{it}][\beta_j(r_{Mt} - Er_{Mt}) + \varepsilon_{jt}] = \beta_i\beta_j \text{var}(r_{Mt}) \end{aligned}$$

## La versatilità del CAPM

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it}$$

La scomposizione della varianza in varianza sistemica (diversificabile) ed idiosincronica (non diversificabile) permette

- di controllare il rischio del portafoglio
  - ❖ creando portafogli attivi che bilanciano l'alfa generato dallo *stock-picking* con il rischio anche idiosincronico associato ad una diversificazione incompleta
- di valutare la performance degli asset manager
  - ❖ alfa elevato segnala capacità di costruire un portafoglio con rendimento medio superiore a quello associato al normale rischio di mercato
- di misurare il costo del capitale
  - ❖ azienda deve produrre un *dividend yield* e un *capital gain* che soddisfi gli investitori e sia almeno pari al rendimento richiesto dal mercato

## I limiti del CAPM

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it}$$

- In presenza di «non traded assets» (*real estate*, capitale umano etc.) nel portafoglio di riferimento bisogna includere anche il patrimonio non finanziario
  - I titoli con elevata covarianza con il mercato ma bassa covarianza con il patrimonio non finanziario sono meno rischiosi di quanto previsto dal CAPM
- Se il leverage non può essere usato, gli investitori con bassa avversione al rischio possono comporre un portafoglio vicino al proprio target solo privilegiando titoli più rischiosi (alta volatilità)
  - Eccesso di domanda per questi titoli, prezzi più elevati (e rendimenti minori) di quanto previsto dal CAPM
- Numerosi studi empirici hanno segnalato significative deviazioni dalle predizioni del CAPM